UNIVERSITÀ
DI PAVIA

Laboratorio di Elettronica II

Appunti per il

Laboratorio di Filtri

Attività

UNIVERSITÀ DI PAVIA

- Progettare un filtro passa basso di tipo Butterworth del quarto ordine con frequenza di taglio di 1kHz e guadagno DC pari a 2.
- Per la realizzazione dei poli complessi valutare l'utilizzo di tre celle biquadratiche note:
  - Cella di Rauch
  - Cella di Sallen-Key
  - Cella Tow-Thomas

Fasi delle attività:

1. Dimensionamento dei componenti
2. Verifica al simulatore SPICE del funzionamento delle singole celle biquadratiche e del filtro completo
3. Realizzazione su breadboard

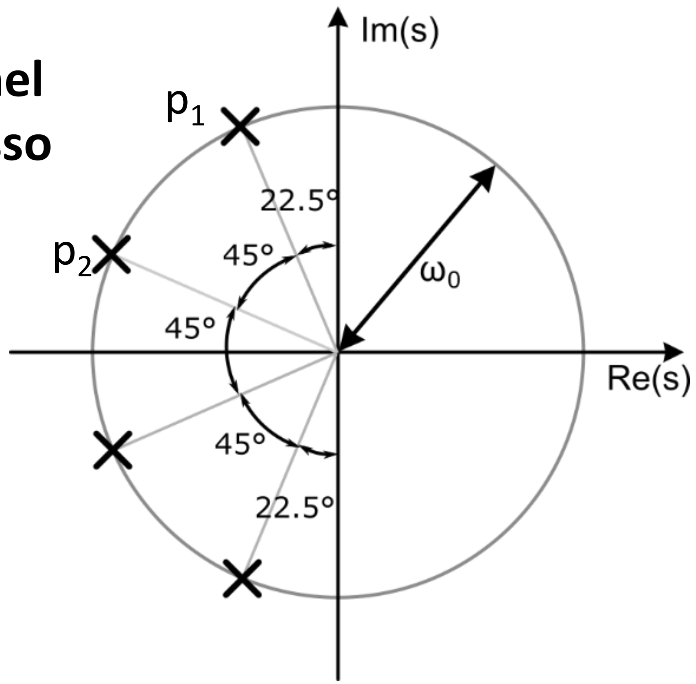
Obiettivi di Apprendimento

- Ripasso sul funzionamento delle celle biquadratiche
- Tradurre specifiche funzionali nella scelta della topologia circuitale, vincoli di progetto e dimensionamento dei componenti
- Acquisire familiarità con le approssimazioni (inevitabili) in fase di progetto.
- Utilizzare il simulatore per confrontare il funzionamento del filtro con un amplificatore reale rispetto all’andamento teorico in funzione delle diverse frequenze di taglio
- Acquisire sensibilità sull’accordo tra simulazioni e risultati sperimentali

Specifiche del filtro

Guadagno	6dB
Frequenza di taglio	1 kHz
Ordine e tipo del filtro	Butterworth 4° ord.
Minimo segnale (rumore integrale):	$1\mu V_{rms}$

Poli del filtro nel piano complesso

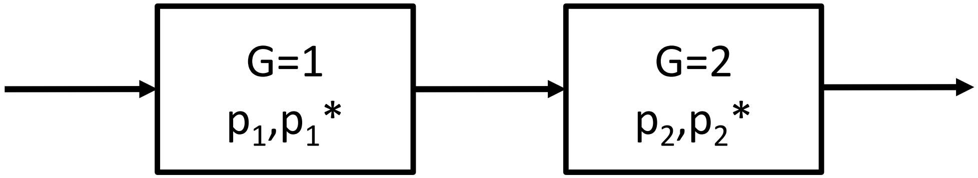


$$Q_1 = \frac{1}{2\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)} = 1.3$$

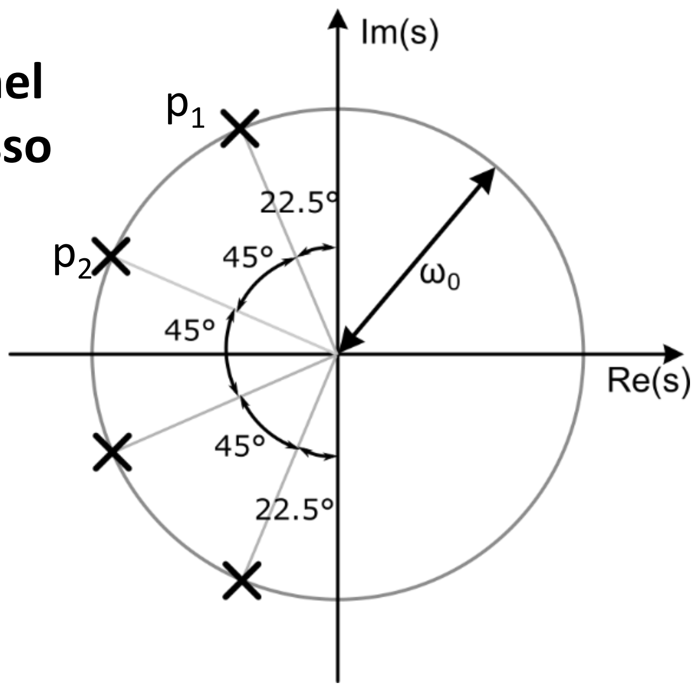
$$Q_2 = \frac{1}{2\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)} = 0.54$$

Struttura del filtro

Realizziamo il filtro come sequenza di due celle biquadratiche:



Poli del filtro nel piano complesso

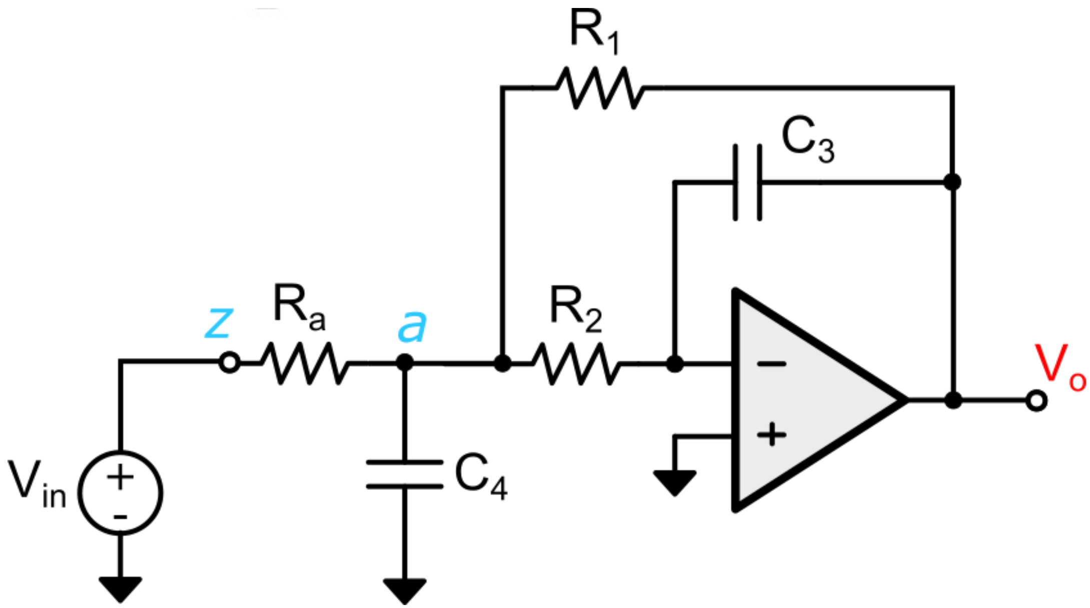


$$Q_1 = \frac{1}{2\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)} = 1.3$$

$$Q_2 = \frac{1}{2\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)} = 0.54$$

Filtro Passa-Basso di Rauch

Progettiamo la cella biquadratica di Rauch per realizzare la prima coppia di poli complessi: G=1, Q=1.3



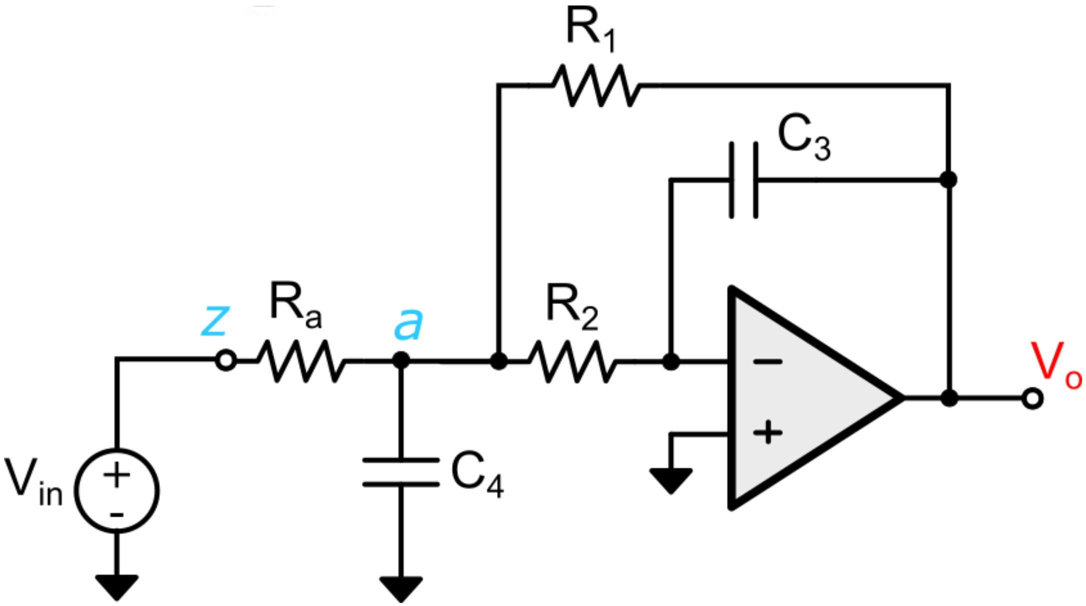
$$T(s) = -\frac{R_1}{R_a}\frac{\omega_0^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_3 C_4}}$$

$$Q = \omega_0 R_p C_4 = \sqrt{\frac{C_4}{C_3}}\frac{1}{\frac{\sqrt{R_1 R_2}}{R_a} + \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}}$$

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_a}$$

Dimensionamento del Filtro di Rauch

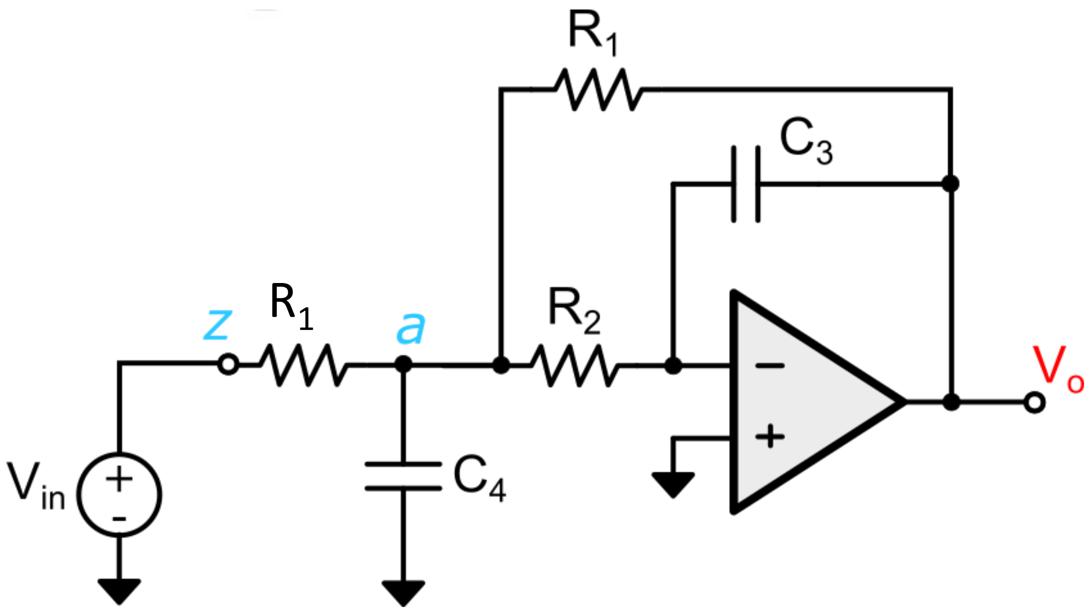


Fissiamo il guadagno DC a -1: Ra = R1

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_1}$$

$$T(s) = \frac{-\omega_0^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

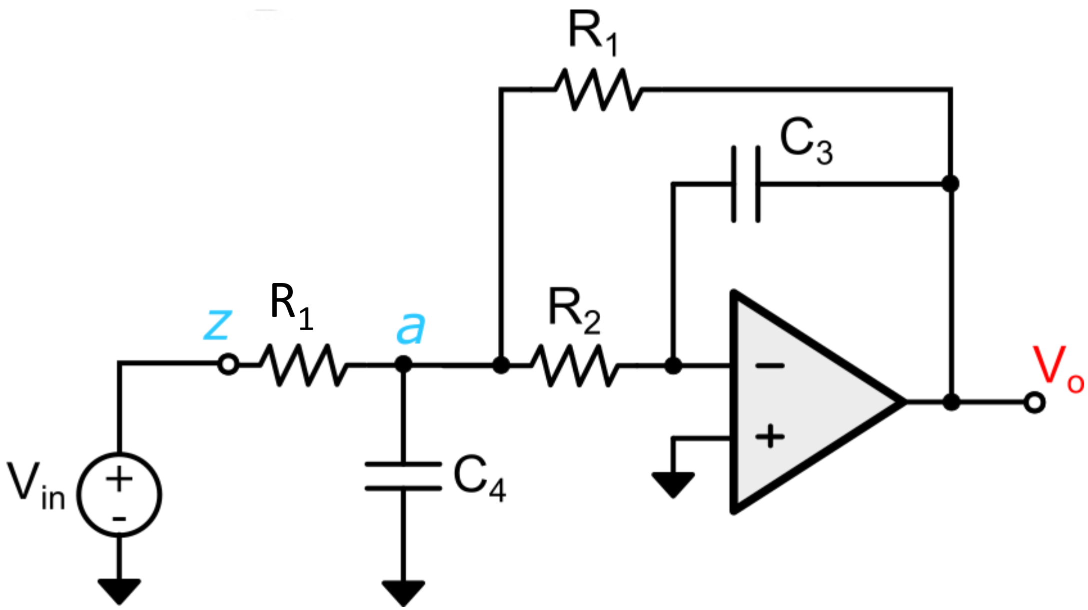
Dimensionamento del Filtro di Rauch



Fissiamo prima il Q dei poli complessi a 1.3.
Il Q dei poli dipende dai <u>rapporti</u> tra resistenze e tra capacità.
Fissiamo ad esempio il rapporto tra R e ricaviamo quello tra C:

$$\frac{R_1}{R_2} = 4 \qquad Q = \sqrt{\frac{C_4}{C_3}} \frac{1}{\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + 2\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}} = \sqrt{\frac{C_4}{C_3}} \frac{1}{3} \qquad \frac{C_4}{C_3} = 9Q^2 = 15.2$$

Dimensionamento del Filtro di Rauch



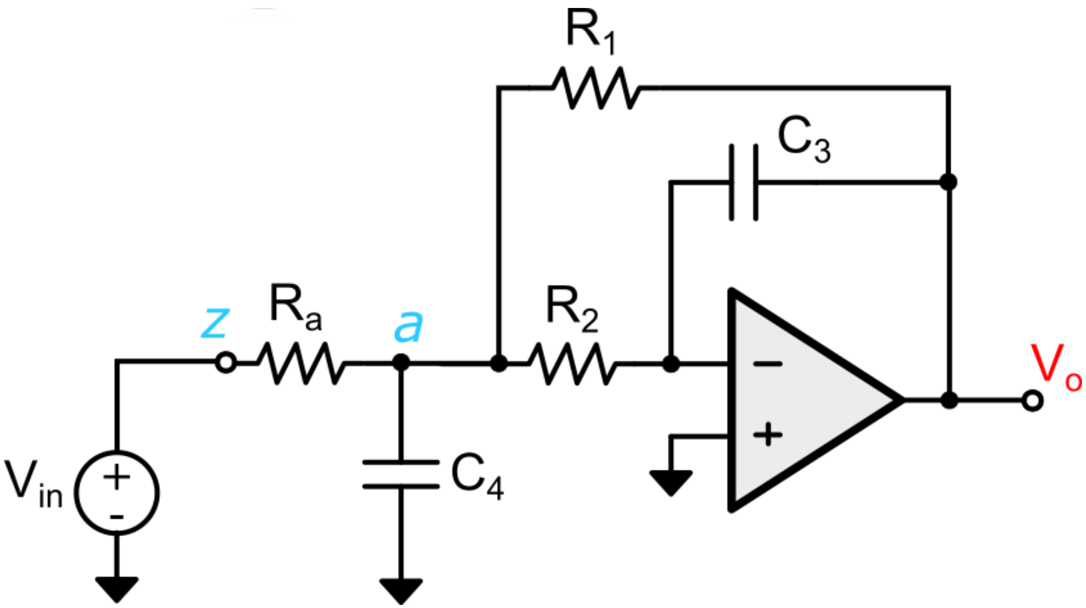
Fissiamo la frequenza di taglio ω_0:

$$\frac{R_1}{R_2} = 4 \qquad \frac{C_4}{C_3} = 9Q^2 = 15.2 \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_3 C_4}} = \frac{1}{6QR_2C_3}$$

Scegliamo arbitrariamente R2=40kΩ, da cui C3=510pF per f_0=1kHz
In base ai rapporti prefissati si ha quindi: Ra=R1=160kΩ e C4=7.76nF.

Filtro Passa-Basso di Rauch

Rimane la progettazione della cella biquadratica di Rauch per realizzare la seconda coppia di poli complessi: G=2, Q=0.54



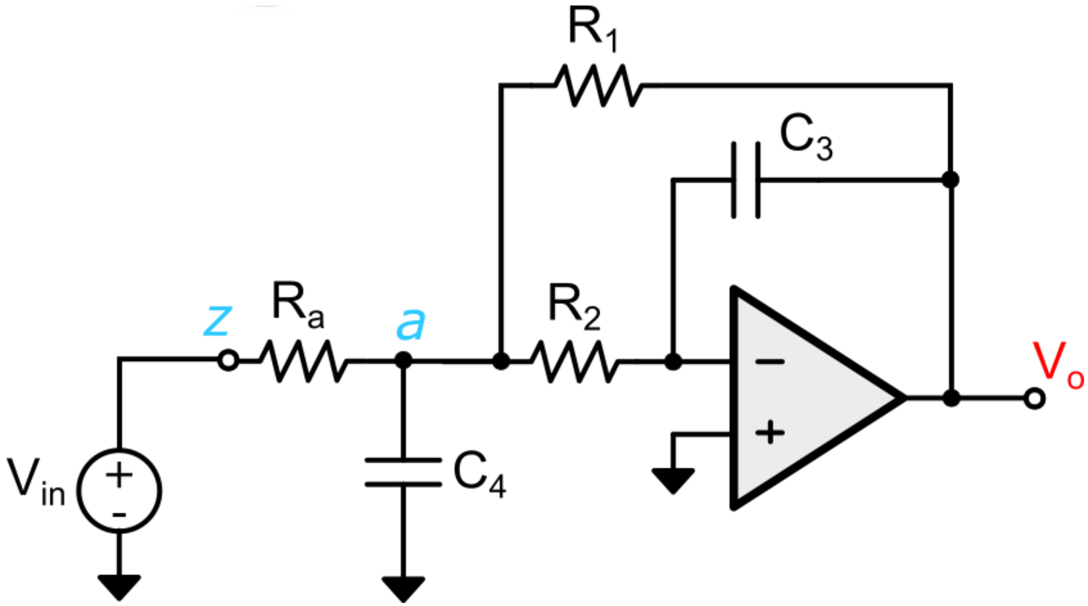
$$T(s) = -\frac{R_1}{R_a}\frac{\omega_0^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_3 C_4}}$$

$$Q = \omega_0 R_p C_4 = \sqrt{\frac{C_4}{C_3}}\frac{1}{\frac{\sqrt{R_1 R_2}}{R_a} + \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}}$$

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_a}$$

Dimensionamento del Filtro di Rauch (2)

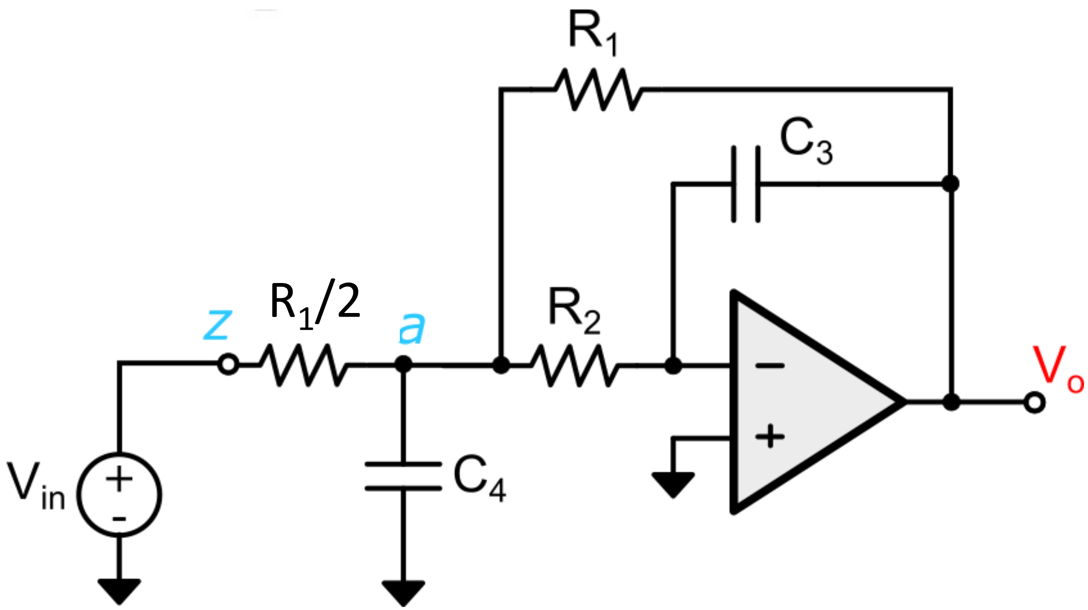


Fissiamo il guadagno DC a -2: Ra = R1/2

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_2} + \frac{3}{R_1}$$

$$T(s) = \frac{-2\omega_0^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

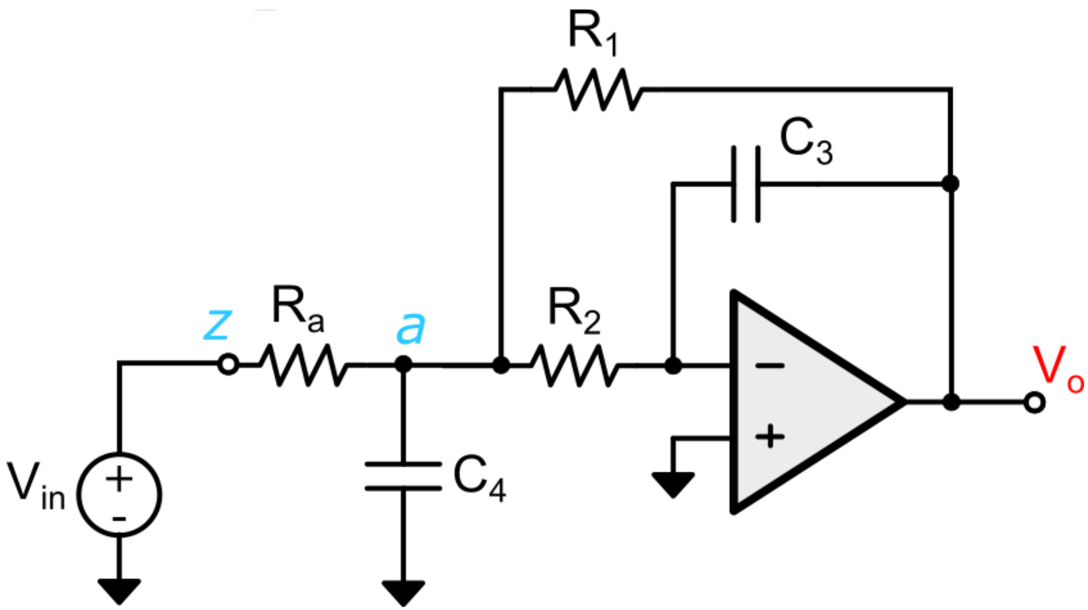
Dimensionamento del Filtro di Rauch (2)



Fissiamo prima il Q dei poli complessi a 0.54.
Il Q dei poli dipende dai <u>rapporti</u> tra resistenze e tra capacità.
Fissiamo ad esempio il rapporto tra R e ricaviamo quello tra C:

$$\frac{R_1}{R_2}=4 \qquad Q=\sqrt{\frac{C_4}{C_3}}\frac{1}{\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}+3\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}}=\sqrt{\frac{C_4}{C_3}}\frac{2}{7} \qquad \frac{C_4}{C_3}=\frac{49}{4}Q^2=3.57$$

Dimensionamento del Filtro di Rauch (2)



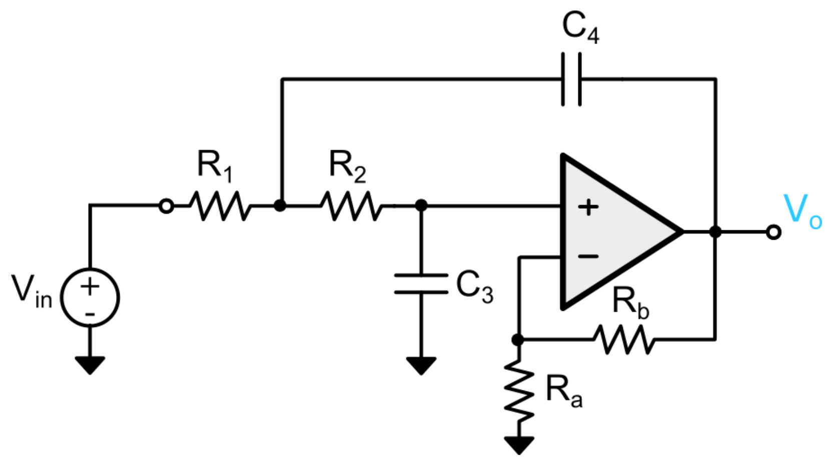
Fissiamo la frequenza di taglio ω_0:

$$\frac{R_1}{R_2} = 4 \qquad \frac{C_4}{C_3} = \frac{49}{4} Q^2 = 3.57 \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_3 C_4}} = \frac{1}{7 Q R_2 C_3}$$

Scegliamo arbitrariamente R2=40kΩ, da cui C3=1.05nF per f_0=1kHz
In base ai rapporti prefissati si ha quindi: 2Ra=R1=160kΩ e C4=3.76nF.

Filtro di Sallen-Key

Progettiamo la cella biquadratica di SK per realizzare le due coppie di poli complessi: G=1, Q=1.3; G=2, Q=0.54

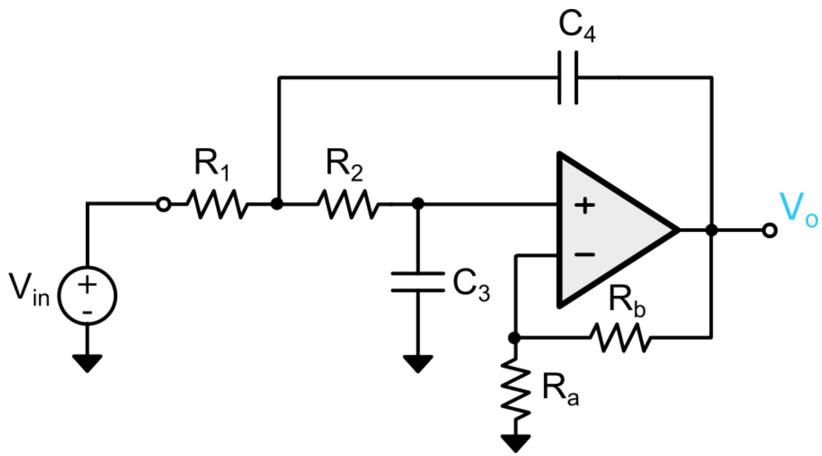


$$\mu = 1 + \frac{R_b}{R_a}$$

$$t(s) = \frac{\mu / \left(R_1 R_2 C_3 C_4\right)}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1 C_4} + \frac{1}{R_2 C_4} + \frac{1-\mu}{R_2 C_3}\right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_3 C_4}} = \frac{\mu \omega_0^2}{s^2 + s\frac{s\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_3 C_4}} \qquad \frac{1}{Q} = \sqrt{\frac{C_3}{C_4}}\left(\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}\right) + \sqrt{\frac{C_4}{C_3}}\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\left(1-\mu\right)$$

Strategie di Progetto del Filtro di Sallen-Key



$$\mu = 1 + \frac{R_b}{R_a}$$

f_0=1kHz

Design 1. $R_1=R_2=R$, $C_3=C_4=C$

$\omega_0=1/(RC)$ *Nota: il guadagno è funzione del Q*

$G=3-1/Q$

G=2, Q=0.54

Design 2. $G=2$ ($R_a=R_b$), $C_3=C_4=C$

$\omega_0^2=1/(R_1R_2C^2)$ *Nota: $R_1/R_2=Q^2$*

$R_1=Q/\omega_0 C$

G=1, Q=1.3

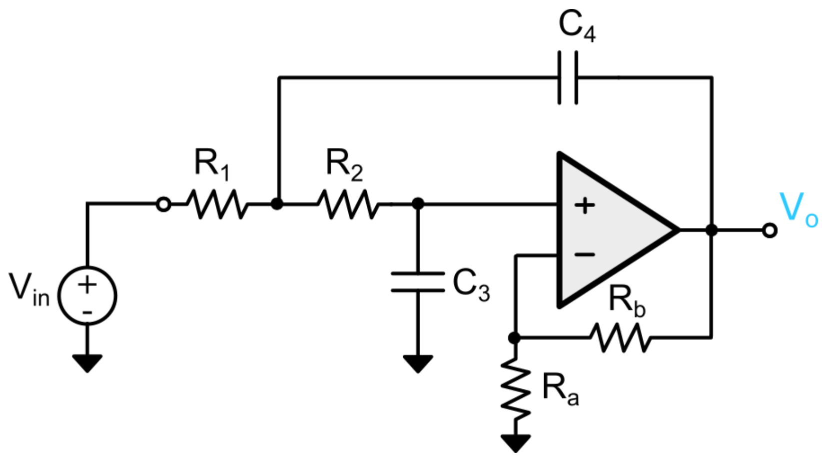
Design 3. $G=1$, $R_1=R_2=R$

$\omega_0^2=1/(R^2C_3C_4)$ *Nota: $C_4/C_3=4Q^2$*

$C_4=2Q/\omega_0 R$; $C_3=1/2Q\omega_0 R$

Filtro di Sallen-Key – Biquad1

G=2, Q=0.54
f_0=1kHz



Scelgo arbitrariamente $C_3=C_4=C=10nF$ per $f_0=1kHz$

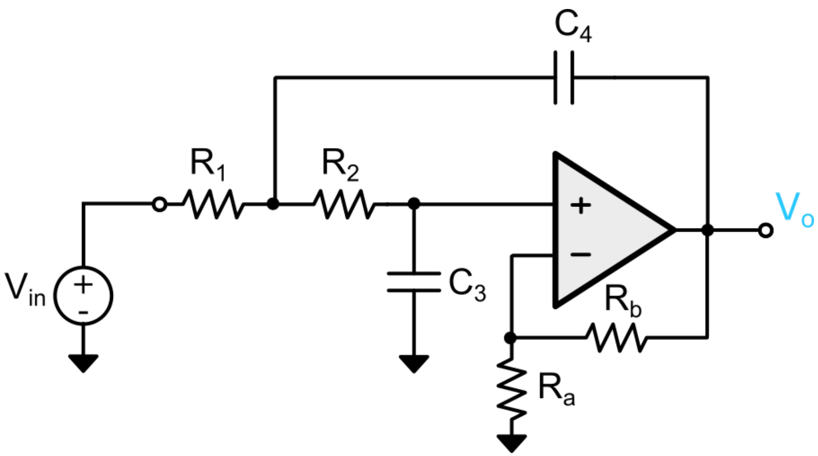
$R_1=Q/\omega_0 C=8.6k\Omega$

$R_2=1/(Q\omega_0 C)=29.5k\Omega$

Scelgo $R_a=R_b=R_1=8.6k\Omega$

Filtro di Sallen-Key – Biquad2

G=1, Q=1.3
f_0=1kHz



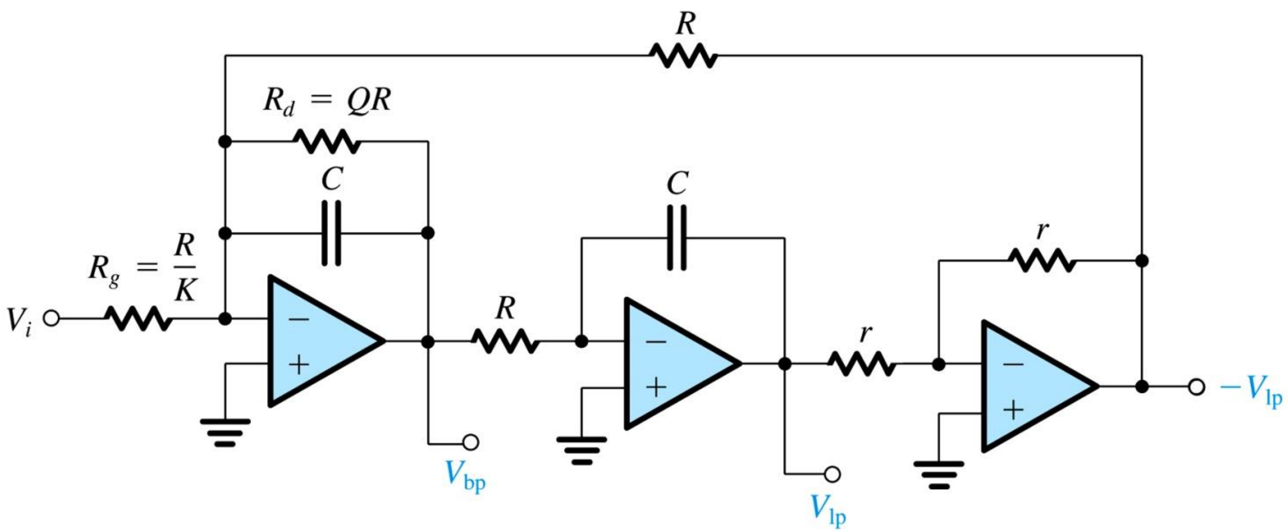
Scelgo arbitrariamente R_1=R_2=R=33kΩ

$C_4=2Q/\omega_0R=12.5nF$

$C_3=1/2Q\omega_0R=1.85nF$

$R_a=\infty;R_b=0$

Filtro di Tow-Thomas



$$\frac{V_{LP}}{V_{in}} = \frac{K}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \qquad RC = \frac{1}{\omega_0}$$

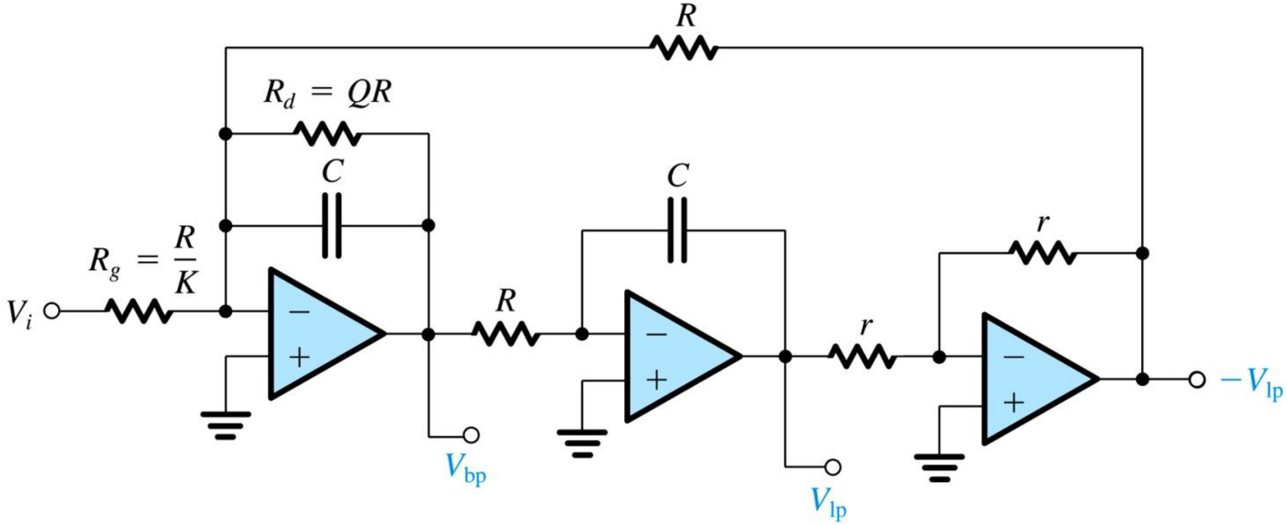
Progettiamo entrambe le coppie di poli.

Scelgo arbitrariamente C=10nF (Questa scelta andrà rivista alla luce delle considerazioni di rumore)

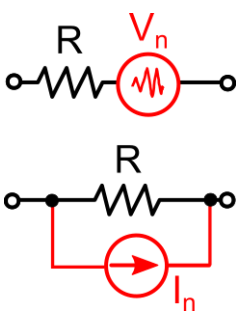
$R=1/\omega_0 C=15.9k\Omega$

1. G=1, Q=1.3 $R_{d1}=Q_1R=20.7k\Omega$ e $R_{g1}=R=15.9k\Omega$
2. G=2, Q= 0.54 $R_{d2}=Q_2R=8.6k\Omega$ e $R_{g2}=R/2=8k\Omega$

Calcolo del Rumore



Modelli equivalenti di rumore dei resistori

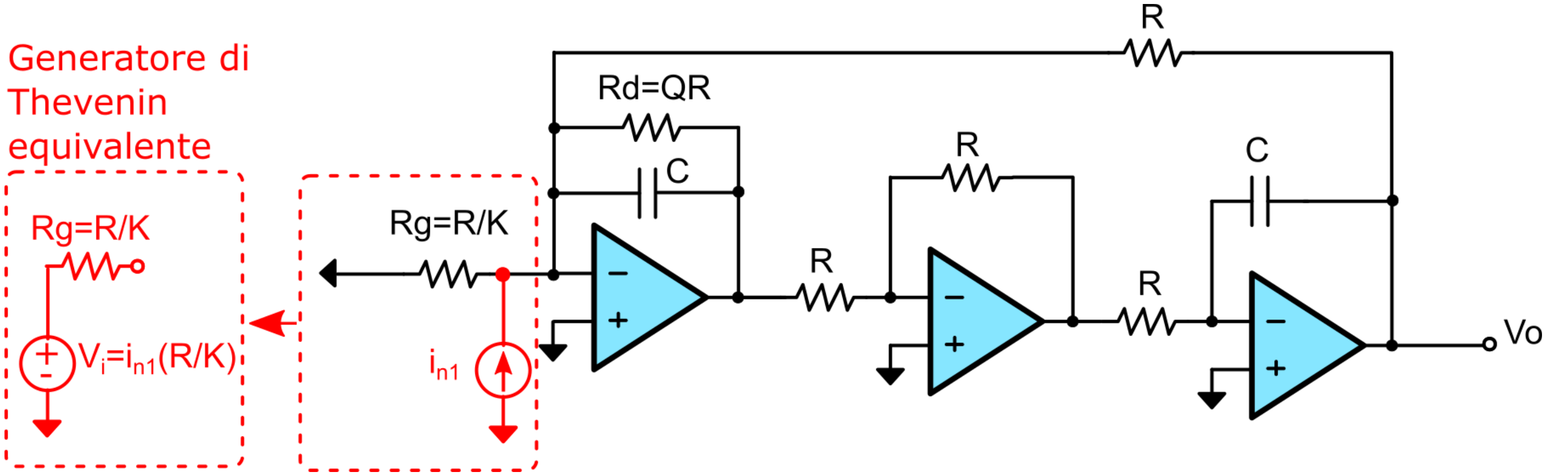


$$\frac{dV_n^2}{df} = 4k_B TR$$

$$\frac{dI_n^2}{df} = \frac{4k_B T}{R}$$

- Calcoliamo il rumore all’uscita passa-basso.
  - Trascuriamo il rumore introdotto dagli operazionali.
- Reimpostiamo il livello d’impedenza del filtro in modo da soddisfare la specifica relativa al livello di rumore.

Calcolo del Rumore (i_{n1})



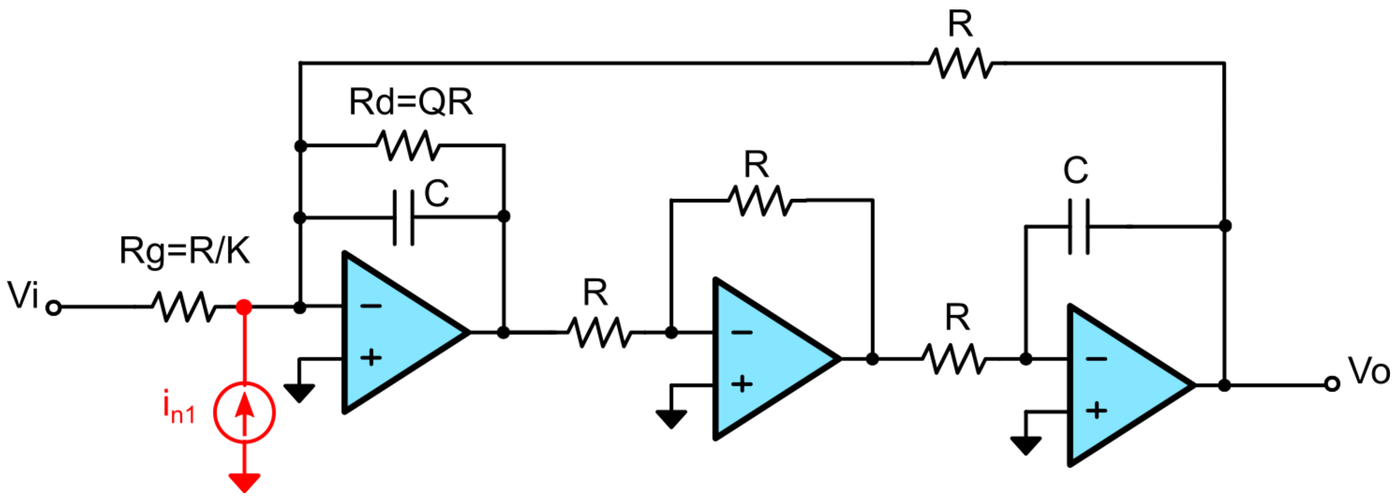
- Calcoliamo vo in funzione di i_{n1} usando il teorema di Thevenin:

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{K}{1+\frac{s}{\omega_0 Q}+\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2};\quad \frac{v_i}{i_{n1}} = \frac{R}{K} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_o}{i_{n1}} = \frac{R}{1+\frac{s}{\omega_0 Q}+\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

- I_{n1} rappresenta i rumori in corrente di tutte le resistenze che insistono sulla massa virtuale in ingresso: R, Rg, Rd.

$$\frac{di_{n1}^2}{df} = \frac{4kT}{R}\left(1+K+\frac{1}{Q}\right)$$

Calcolo del Rumore (i_{n1})



- Calcoliamo il rumore integrale in uscita

$$\frac{v_o}{i_{n1}} = \frac{R}{1+\frac{s}{\omega_0 Q}+\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

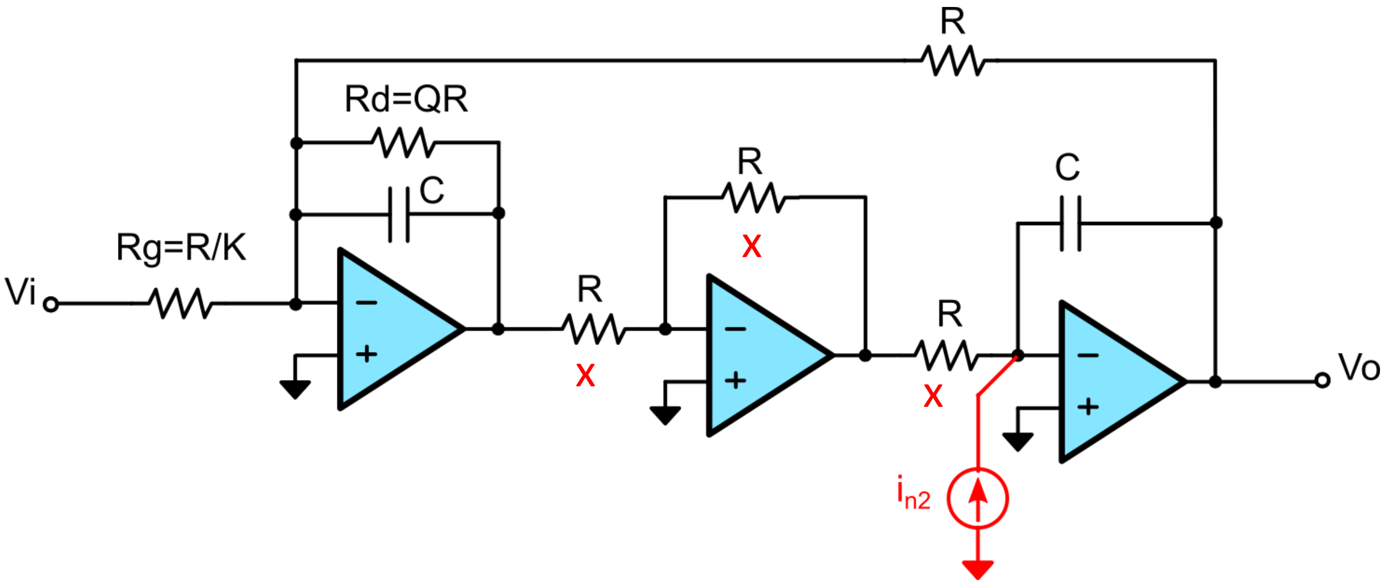
$$\int_0^\infty \frac{df}{\left|1+\frac{s}{\omega_0 Q}+\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2\right|^2} = \frac{\omega_0 Q}{4}$$

$$\int_0^\infty \left|\frac{v_o}{i_{n1}}\right|^2 df = R^2\frac{\omega_0 Q}{4}$$

$$\frac{di_{n1}^2}{df} = \frac{4kT}{R}\left(1+K+\frac{1}{Q}\right)$$

$$v_{o,in1}^2 = \frac{kT}{C}\left(1+Q+KQ\right)$$

Calcolo del Rumore (i_{n2})



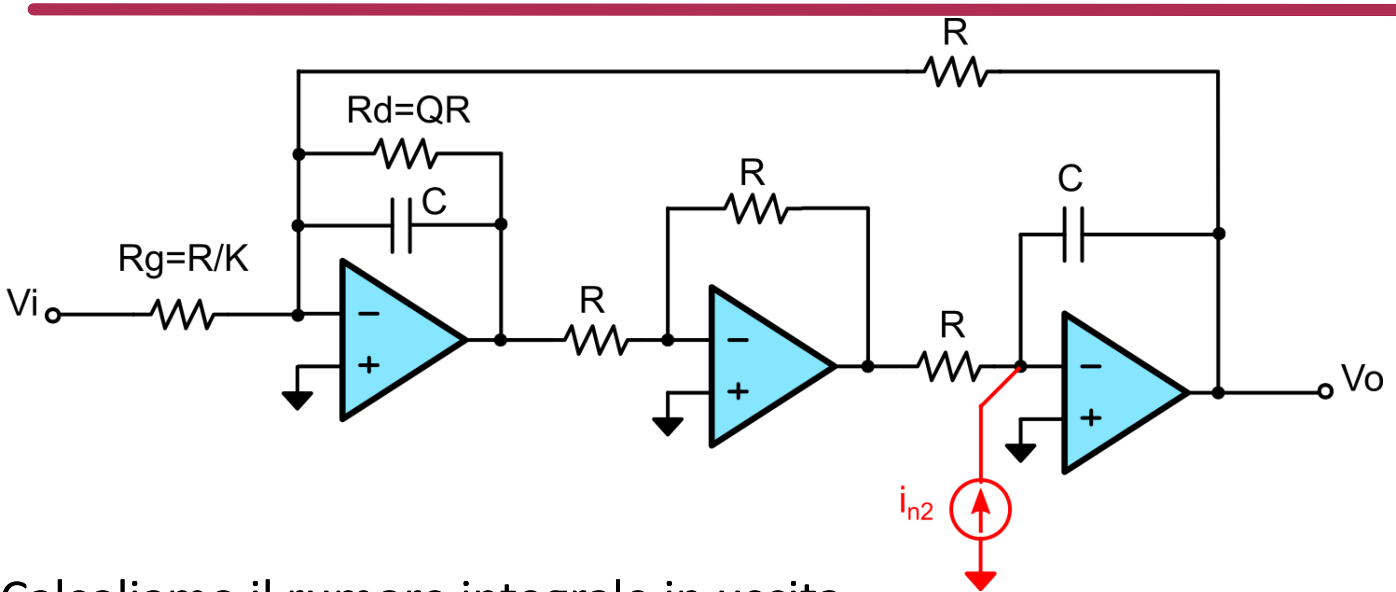
- Calcoliamo v_o in funzione di i_{n2} in anello chiuso:

$$\frac{v_o}{i_{n2}} = \frac{1}{sC}\frac{1}{\left(1+G_{loop}\right)} \qquad G_{loop} = \frac{1}{sRC}\frac{Q}{1+sQRC} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{v_o}{i_{n2}} = \frac{R}{Q}\frac{1+sRCQ}{1+\frac{s}{\omega_0 Q}+\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

- I_{n2} rappresenta i rumori in corrente di tutte le resistenze (x) che insistono sulla massa virtuale in uscita:

$$\frac{di_{n2}^2}{df} = 3\frac{4kT}{R}$$

Calcolo del Rumore (i_{n2})

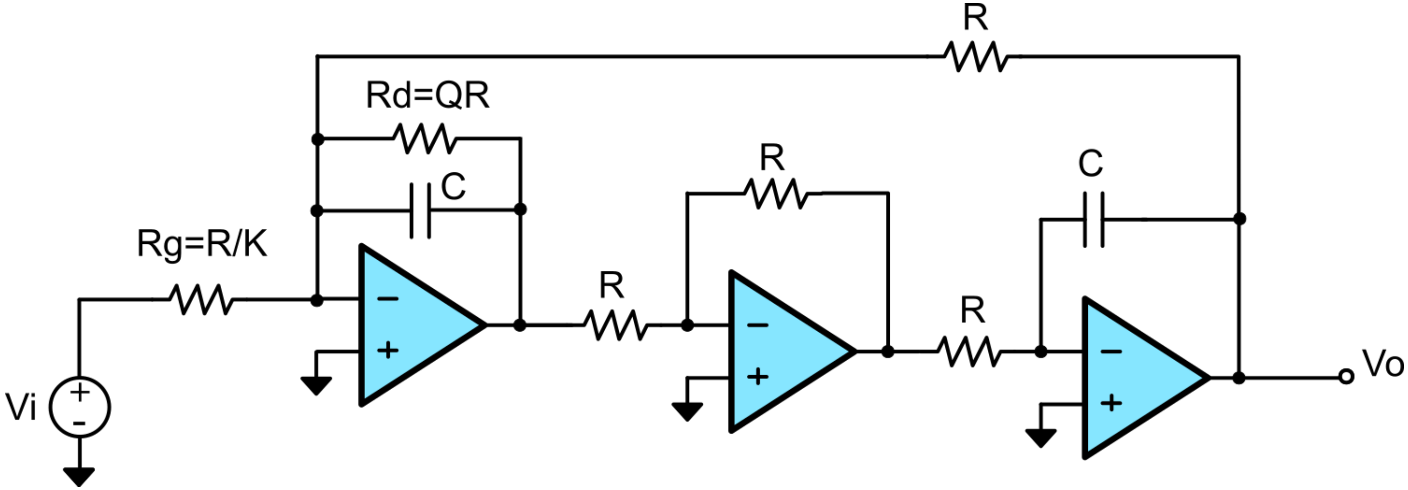


- Calcoliamo il rumore integrale in uscita

$$\int_0^\infty \left| \frac{1+s/\omega_z}{1+\dfrac{s}{\omega_0 Q}+\left(\dfrac{s}{\omega_0}\right)^2} \right|^2 df = \frac{\omega_0 Q}{4}\left[1+\left(\frac{\omega_0}{\omega_z}\right)^2\right] \Rightarrow \int_0^\infty \left|\frac{v_o}{i_{n2}}\right|^2 df = \left(\frac{R}{Q}\right)^2 \frac{\omega_0 Q}{4}\left[1+Q^2\right]$$

$$v_{o,in2}^2 = 3\frac{kT}{C}\left(Q+\frac{1}{Q}\right)$$

Calcolo del Rumore Totale



$$v^2_{o,in1} = \frac{kT}{C}(1+Q+KQ) \qquad v^2_{o,in2} = 3\frac{kT}{C}\left(Q+\frac{1}{Q}\right)$$

$$v^2_{on,TOT} = \frac{kT}{C}\left(1+4Q+KQ+\frac{3}{Q}\right)$$

- Per ottenere un rumore integrale minore di 4μVrms è necessario che entrambe le celle abbiamo rumore inferiore a 2.8μVrms .
- Per K=2 e Q=0.53: C> 5.07nF
- Per K=1 e Q=1.31: C> 5.09nF.

Attività di Laboratorio

- Disegnare lo schema del filtro in PSPICE utilizzando le tre architetture di Biquad proposte e con i componenti precedentemente calcolati ed utilizzando un operazionale reale opportuno.
- Verificare il corretto funzionamento dei circuiti attraverso una simulazione AC del guadagno in funzione della frequenza
- Effettuare una simulazione NOISE, verificare il soddisfacimento del requisito di rumore integrale ed (eventualmente) scalare il valore s'impedenza al fine di raggiungere il livello di rumore desiderato
- Effettuare una simulazione TRANSIENT con segnali di ampiezza crescente e visualizzare con la FFT lo spettro armonico (distorsione). Determinare la massima ampiezza per cui le armoniche sono inferiori all'1% del segnale
- Realizzare il filtro su breadboard utilizzando una topologia di biquad a scelta tra quelle progettate
- Aggiustare i valori di resistori e condensatori utilizzando valori della serie E12 e cercando di rispettare al meglio le specifiche.

Test con sli.do

- Collegarsi con lo smartphone a: www.sli.do
- Immettere il codice IMS2019
  - Cliccare sull'evento «IMS2019 2-9 June» in basso
  - Selezionare: RFIC Symposium Technical Lecture
- Cliccare sull'iconcina in alto a destra
- Immettere i propri dati (almeno il nome)
- Dando il comando «save» si ritorna alla pagina precedente
- Completare il test e cliccare **send**